

Fysiska Institutionen
Avdelningen för Elektronik
Lunds Universitet
1980



PRINCIPER OCH EGENSKAPER HOS INTEGRERANDE MÄTDON AVSEDDA FÖR JORDRESISTANSMÄTNINGAR

av

Paul Krill

1981

Rapport AE1-80

Principer och egenskaper hos
integrerande mätton, avsedda
för jordresistansmätningar

PAUL KRILL

Fysiska institutionen
Avd för elektronik
Lunds universitet

Rapport AE1-80

FÖRORD

Denna rapport beskriver ett par mätprinciper och mätproblem för jordresistivitetsmätande instrument, och är en sammanfattning av utredningar som utförts i samband med utvecklingsarbete med prototypinstrument åt ATLAS COPCO ABEM AB. Avsikten med rapporten är att ha en sammanhållen teoridel att referera till, vid beskrivandet av de jordresistivitetsmätande instrument som utvecklats vid Fysiska Institutionens Avdelning för Elektronik i Lund.



SAMMANFATTNING

En av de metoder som används vid undersökningar av jordskorpan sammansättning grundar sig på att man sänder likström genom ett markavsnitt och samtidigt mäter spänningssvaret över en del av avsnittet. Då man söker mäta spänningssvaret, kan resultatet påverkas av ett antal olika störkällor. Exempel på tänkbara kraftiga störningar är: likspänning på 500 mV, rampspänning på 5 mV/s, sinusspänningar med 250 mV amplitud och med frekvenserna 16,7 resp 50 Hz, samt pulser på 10 mV med varaktigheter mellan 1 och 50 ms. Dessutom kan mätelektroderna ge upphov till störspänningar med ett exponentiellt tidsberoende. Tidskonstanten för dessa kan vara 40 s och startvärdet kan beroende på typ av mätelektrod vara upp till 50 mV.

Den traditionella metoden för eliminering av inverkan från störningens likspänningskomponent, har varit att kompensera med en lika stor och motriktad likspänning. Om mätningen istället utförs som en skillnadsmätning där likspänningen ingår i varje delmätning, kommer likspänningen automatiskt att försvinna från mätresultatet. Detta ställer dock stora krav på mätdonet. Om störningen är på 1 V och den önskade upplösningen är 10 mikrovolt, så innebär detta att mätningen måste utföras med minst 5 siffrors upplösning. En metod för detta, är att ansluta mätsignalen till en spänning-frekvens-omvandlare, och räkna antalet pulser från denna under så lång tid som krävs för den önskade upplösningen.

En fördel med denna mätprincip, är att den pga sin integrerande karaktär, även fungerar som lågpassfilter. Vid en jämförelse med en enkel filterlänk som har motsvarande frekvensegenskaper, finner man att filterlänkens inställningstid till 1% fel är 2,3 ggr längre än hela mättiden vid en integrerande mätning. Ytterligare en fördel med mätprincipen är dess funktion som bandspärrfilter. Detta är viktigt vid undertryckande av kraftiga industriella störningar med känt frekvensinnehåll. Härvid krävs dock ett noggrant val av integrationstid, samt god precision och stabilitet hos tidbasen.

Skillnadsmätningar kan utföras på flera olika sätt. En metod är att sända ut fyra strömpulser, av vilka de två mittersta har omvänd polaritet. I mätdonet adderas värdena för signalen under den första och den sista pulsen, varpå värdena för mittpulserna subtraheras. Om integrationstiden och pauserna mellan delmätningarna är ideala, så påverkas inte mätresultatet av störande lik- och rampspänningar. Ej

heller kombinationen störande likspänningar och tidslinjärt drivande skalfaktor ger något felbidrag.

Pga det stora behovet av lågpasfilter, krävs ytterligare lågpasfilter före själva mätkretsen. Då mätelektroderna ansluts till marken, erhålls inkopplingstransienter i detta filter. Är filtret ett 3-poligt Butterworthfilter med en brytfrekvens som är över 1 Hz, blir dessa transienter försumbara efter fyra sekunder. Inverkan av lågpasfiltreringen på korta pulser, är endast att pulserna omvandlas till pulser med mindre amplitud och med längre varaktighet. En positiv effekt av detta är att risken för överstyrning av mätsystemet minskar. Integralen av pulser förändras däremot inte av filtreringen. Med de här aktuella värdena, påverkas heller inte rampspänningar eller spänningar med exponentiellt tidsberoende på något väsentligt sätt av filtret. Störningar från kraftnätet dämpas däremot kraftigt av denna typ av filter.

En metod att öka mätresultatets upplösning utöver den enskilda mätningens upplösning, är att medelvärdesbilda över ett antal mätningar. Detta förutsätter dock att mättonets avrundning av mätvärdet inte innehåller något systematiskt fel. En konsekvens av skillnadsmätningssprincipen, som kan uppfattas som negativ, är att större fluktuationer kan erhållas för enstaka mätvärden. En andra fördel med medelvärdesbildning, är att inverkan av slumpmässiga störningar kan minskas. Oberoende av i vilket syfte som medelvärdesbildningen utförs, bör en statistisk behandling av mätserierna utföras. På detta sätt kan man dels bestämma hur många delmätningar som bör ingå i medelvärdesbildningen, dels bedöma kvaliteten på en utförd mätning.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Sid	Avsnitt
2	FÖRORD
3	SAMMANFATTNING
5	INNEHÅLLSFÖRTECKNING
7	1 JORDRESISTIVITETSBESTÄMNINGAR
9	2 MÄTSTÖRNINGAR
12	3 JORDRESISTANSMÄTNINGAR OCH A/D-OMVANDLARE
14	4 FILTEREGENSKAPER HOS INTEGRERANDE MÄTDON
14	4.1 Lågpassegenskaper
17	4.2 Bandspärregenskaper
19	5 SKILLNADSMÄTNINGAR
19	5.1 Metoder
20	5.2 Inverkan av likspänningar
20	5.2.1 Specifikationer för Spänning- Frekvensomvandlare
21	5.2.2 Krav på skalfaktorn
22	5.2.3 Inverkan av drift hos skalfaktorn
24	5.2.4 Inverkan av tidslinjär drift hos tidbasens oscillator
24	5.3 Inverkan av rampspänningar
25	5.4 Inverkan av exponentiella störningar
26	6 STÖRNINGSUNDERTRYCKNING VID MÄTNINGAR PÅ LÅGPASSFILTREDE SIGNALER
26	6.1 Trepoligt lågpassfilter
26	6.2 Likspänningar
27	6.3 Korta pulser
28	6.4 Rampspänningar
29	6.5 Exponentiella störningar
30	6.6 Sinusspänningar
32	7 STOKASTISKA STÖRNINGAR OCH AVRUNDNINGSFEL
32	7.1 Avrundningsfel
33	7.2 Stokastiska störningar
33	7.3 Statistiska metoder
35	8 REFERENSER
37	App. A JÄMFÖRELSE AV 4 SORTERS ELEKTRODER
37	A.1 Inledning
37	A.2 Elektrodtyper
38	A.3 Undersökningar och mätningar
39	A.4 Mätresultat
39	A.4.1 Registreringar med x-t skrivare
39	A.4.2 Mätningar med integrerande mätdon
42	A.4.3 Analys av mätresultat
45	A.5 Kommentarer



Digitized by the Internet Archive
in 2026

1 JORDRESISTIVITETSBESTÄMNINGAR

Vid undersökningar av jordskorpan sammansättning och karaktär används ett stort antal olika metoder. Eftersom direkta undersökningar såsom provborrningar är mycket kostsamma vid undersökningar på större markdjup, används härvid i första hand indirekta undersökningsmetoder. Med seismiska metoder studerar man hur ljudvågor fortplantas och reflekteras i marken. Med andra försöker man bestämma exempelvis markens magnetiska eller elektriska egenskaper. Genom tolkning av dessa fysikaliska data, kan man ofta få information om jordskorpan beståndsdelar och struktur.

En av de egenskaper som varierar kraftigt mellan olika mineral är resistiviteten. Denna kan skilja sig med upp till 20 tiopotenser mellan olika beståndsdelar i marken (Ref 1 sid 385). Även för ett givet mineralskikt kan man mäta upp skillnader på ett par tiopotenser, beroende på bland annat sprickbildningar och penetrering av saltvatten. Av detta följer att de absoluta värdena i sig inte lämnar så mycket information. I stället är det resistivitetsvariationer i djup- och sidled som i kombination med annan information kan indikera just sprickbildningar, grundvattennivåer eller exempelvis förekomst av malmkroppar.

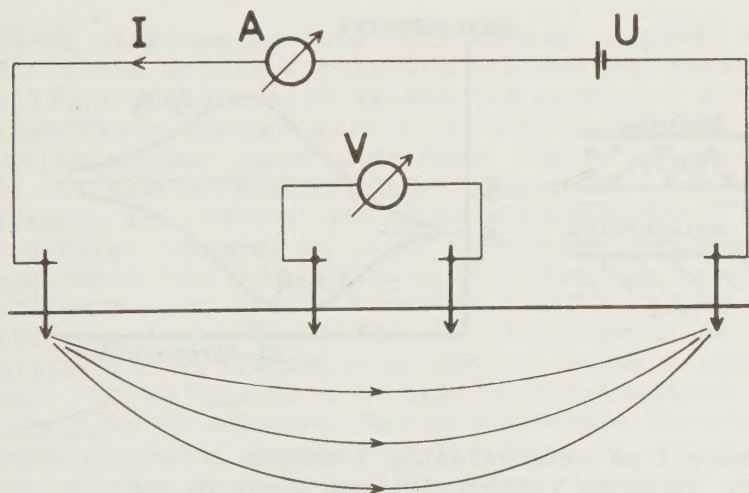
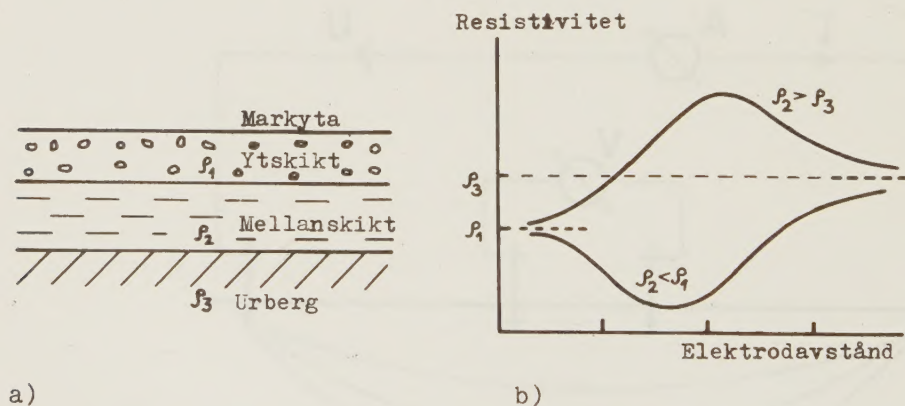


Fig 1. Mätupställning för jordresistansmätningar.

Vid en metod för jordresistansbestämningar sänder man en likström genom ett markavsnitt, och mäter det resulterande spänningsfallet över en del av avsnittet. Se figur 1. Kvoten mellan utsänd ström och uppmätt spänning utgör ett mått för summan av konduktanserna hos de delar av strömbanorna som är belägna mellan mätelektroderorna. Om avståndet mellan sändelektroderorna ökas, kommer strömmen att i allt större utsträckning penetrera djupare belägna markskikt. Förändringarna i den uppmätta konduktansen innehåller härvid information om de sist tillkomna skiktens konduktans. Svårigheten ligger i extrahering av denna information. Ett sätt är att först genomföra mätserier där avståndet mellan sändarelektroderorna varieras systematiskt. Med hjälp av uppgifter om avstånden mellan de olika elektroderorna samt mätvärdena för konduktansen, kan sedan ett resistivitetsvärde för varje mätning beräknas. Därpå ritas en normerad kurva för hur resistiviteten varierar som funktion av elektrodsepareringen. Slutligen söker man upp en likartad kurva i ett standardverk med kurvor som gäller för olika beräknade typfall. Från typkurvans parametrar kan man sedan beräkna motsvarande parametrar för den uppmätta kurvan. På detta sätt kan man med hjälp av relativt enkla mätinstrument erhålla information om resistiviteten, hos skikt på djup ner mot 500 meter under markytan. I figur 2 visas två exempel på hur resistiviteten varierar för ett fall med tre skikt i djupled. I det ena fallet har mitskiktet högre och i det andra lägre resistivitet än över- resp underskikten.



Figur 2. a) Exempel på skiktbildning i marken.
 b) Den skenbara resistiviteten beroende av elektrodseparationen, för samma exempel.
 (Källa: Ref 2 sid 170)

2 MÄTSTÖRNINGAR

I den signal som mätdonet skall behandla och analysera, ingår utöver nyttosignalen även störningar. Dessa alstras dels av naturfenomen i marken och utanför jorden, dels av mätelektroderna. I bebodda områden förekommer dessutom störningar från elnäten.

En störning är den så kallade självpotentialen, dvs den relativt stabila potentialdifferens som kan förekomma mellan två punkter på jordskorpan. Den kan orsakas av kemiska skillnader, vattenströmning, mineraloxidering eller elektrokemiska gradienter. Självpotentialen som normalt kan uppgå till tiotals millivolt per hundra meter, kan i områden med malmförekomster uppgå till 100 ggr så mycket (Ref 3 sid 144). Andra exempel på störningar är de potentialdifferenser som uppstår p g a de strömmar som induceras i marken av bl a solvindar och variationer i det jordmagnetiska fältet. Även åsknedslag och andra atmosfäriska fenomen kan orsaka störande jordströmmar. I figur 3 a-d visas ett par exempel på olika störningsregistreringar. Jfr även ref 4 sid 201-209. Dessa typer av störningar kan uppgå till flera millivolt per hundra meter. Deras tidsvariationer kan bl a motsvara frekvenser på delar av hertz, vilket är besvärande ur mätsynpunkt. En erfarenhetsgrundad skattning av ett maxvärde för den drift som kan erhållas med 20 m elektrodavstånd, är 10 mV per minut (Ref 5).

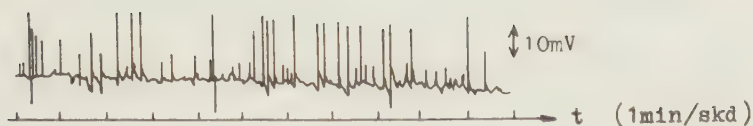
Då en elektrod ansluts till marken, uppstår en potentialdifferens mellan elektroden och marken. Försöker man mäta potentialdifferensen mellan två punkter i markytan via två elektroder kommer därför en störsignal att adderas till nyttosignalen. Denna störsignal utgörs av skillnaden mellan de två elektrodspänningarna. I appendix A återges en undersökning som utförts med olika elektrodtyper. Undersökningen redovisar exempel på vilka elektrodbetingade störningar som kan erhållas vid mätningar i fuktig lerjord. Används stålektroder, vilket föreslås i ref 6 sid 2, så kan man få störningar bestående av en likspänning på flera hundra millivolt, en rampspänning samt en exponentialspänning på upp mot 100 millivolt och med en tidskonstant på storleksordningen 40 sekunder. Med galvaniserade järnelektroder eller zinkelektroder, minskar amplituderna på störningarna med ett par gånger. Om icke-polariserbara elektroder med elektrolyt som kontaktmedium används, kan de elektrodbetingade störsignalerna begränsas till storleksordningen en millivolt.

I närheten av bland annat järnvägar, elverk och elförbrukande industrier kan elsystemets jordströmmar ge upphov till kraftiga störspänningar med grundfrekvenserna 16,7 resp 50 hertz. Vid en provmätning med oscilloskop alldeles intill en järnväg just som ett tåg passerade, registrerade författaren en spänning med ett topp-toppvärde på 400 millivolt och med grundfrekvensen 16,7 hertz, mätt med 40 meters elektrod-avstånd (Ref 7). Detta kan förmodligen betraktas som ett extremfall.

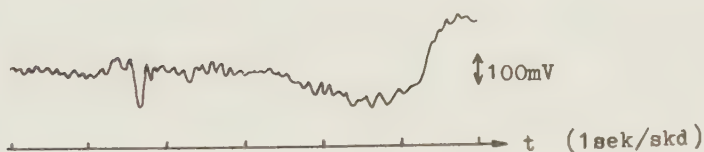
På grund av uppgifter hos referenserna ovan, har följande sammanställning av exempel på tänkbara kraftiga störningar gjorts:

Likspänningar:	500 mV
Rampspänningar:	5 mV/s
Sinusspänningar:	250 mV amplitud vid 16,7 resp 50 Hz
Exponentialspänningar:	Startvärde 1 resp 50 mV, 40 sekunders tidskonstant för CuSO_4 - resp Zn-elektroder
Korta pulser:	10 mV med varaktigheter mellan 1 och 50 ms

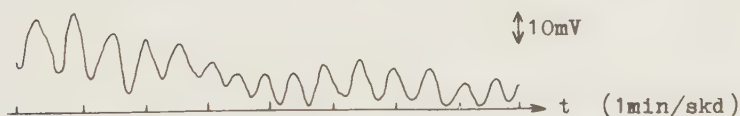
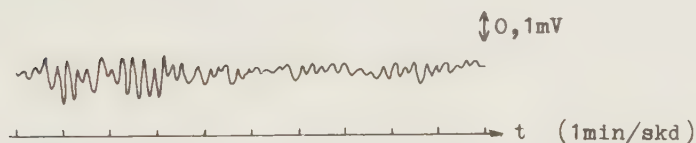
Dessa sifferuppgifter är mycket osäkra och i vissa fall starkt beroende på avståndet mellan mätelektroderna, vilket har antagits kunna uppgå till 500 m.



Figur 3a. Störning från ett åskväder på c:a 30 km:s avstånd. Elektrodavstånd 1 km. (Källa: Ref 4 sid 202).



Figur 3b. Registrering med 1 km:s elektrodavstånd. Den högfrekventa störningen orsakas förmodligen av åska. (Källa: Ref 4 sid 204).



Figur 3c-d. Typiska störningar vid goda förhållanden vid Hawaii resp Colorado. Elektrodavstånd 1km. (Källa: Ref 4 sid 206).

3 JORDRESISTANSMÄTNING OCH A/D-OMVANDLARE

Jordresistansmätningar har utförts sedan 1800-talet. Den traditionella metoden har varit, att man med hjälp av en fast spänning och en potentiometer har kompenserat för störspänningens likspänningskomponent. Därefter har man sänt likström genom marken, och med hjälp av antingen ett visarinstrument eller ett nytt kompenseringsförfarande har man sökt bestämma spänningssvaret på den utsända strömmen. Jfr ref 8 sid 236-237. I moderna utrustningar har mät delen kompletterats så att mätsignalen kan lågpasfilteras och förstärkas. Jfr ref 3 avsnitt 5.1.4 och ref 9 sid 10.

Ett alternativt sätt är att istället sända ut en lågfrekvent växelström och att endast registrera motsvarande växelspänningskomponent hos mätsignalen. Jfr ref 10. Härigenom elimineras bl a störningar i form av likspänningar, och man slipper kompensera för dessa. Nackdelen med denna metod är att den ger felaktiga mätresultat för mätningar på större djup, pga olinjär strömfördelning i marken (skin-effekt). Det största mät djupet kan vara ca 600 meter (Ref 10 sid 2) och eftersom djupet beror på resistiviteten i marken kan det för många fall vara märkbart mindre.

Vill man inte genomföra omsorgsfull kompenserings av störspänningen före varje mätning, så är det naturliga sättet annars att utföra mätningen som en skillnadsmätning. Först mäter man störspänningen (U_S) och därpå U_S plus nyttosignalen (U_N). Genom subtraktion av de två mätresultaten erhålls ett värde för U_N .

Om man med detta förfarande vill kunna mäta nyttosignaler med en upplösning på 10 mikrovolt (Jfr ref 6 sid 8, ref 11 och 12) och samtidigt undertrycka störspänningar på upp till en volt, så måste mät donet kunna mäta med åtminstone fem siffrors upplösning. Ett enkelt och ekonomiskt sätt att göra detta på, är att räkna antalet pulser från en spänning-frekvensomvandlare under så lång tid som upplösningen kräver (Se ref 13). Om det använda mät donet mäter med färre siffror, förutsätter detta att man först utför åtminstone en grov kompenserings av störspänningen.

Genom att lågpasfiltera mätsignalen kan man minska inverkan av störspänningens växelspänningskomponenter. Ett problem härvid är att om man sätter filtrets gränsfrekvens mycket låg, så tar det lång tid för filtret att ställa in sig efter det att man börjat skicka ström genom marken. Därmed riskerar

man att U_S långsamt har drivit under inställningstiden. Dessutom slösar man med batterienergi genom att under lång tid sända ut ström utan att kunna mäta. Ett sätt att minska kravet på lågpasfilter är att använda ett integrerande mätton. Ett sådant bildar ett medelvärde för mätsignalen under mätperioden, vilket är ekvivalent med en lågpasfiltrering (Se avsnitt 4.1). Två exempel på integrerande mätton är dual-slopeomvandlaren samt mätton uppbyggda kring en spänning-frekvensomvandlare. För att deras "filtrerande" verkan skall kunna utnyttjas förutsätts dock att mätperioden är relativt lång; storleksordningen 1 sek.

Även i ett mätsystem där huvuddelen av U_S är bortkompenserad och där de snabbaste störningarna minskats, återstår störningar. Detta medför att bara en del av mätomvandlarens dynamik kan utnyttjas för mätning av nyttsignalen, medan resten av dynamiken åtgår för hantering av störsignalen. Följaktligen måste mätomvandlaren under alla omständigheter kunna mäta med större dynamik än vad som skulle krävs för en korrekt registrering av en isolerad nyttsignal.

Oberoende av om grovkompenisering av U_S utförs eller inte, så indikerar resonemangen ovan att den lämpligaste mätomvandlarprincipen är den som grundar sig på en spänning-frekvensomvandlare. Denna omvandlarprincip är dessutom fördelaktig ur ekonomisk synpunkt. En nackdel med de långsamma integrerande omvandlarna är att man frånhänder sig möjligheten att utföra digital filtrering av ett stort antal snabba samples som tages under mätperioden. På detta sätt skulle särskilt störningar från elnätet kunna undertryckas effektivt. Kostnaderna för en noggrann snabb ADC med tillräcklig upplösning, samt för en utrustning med beräkningskapacitet för realtidsbehandling av mätsignalen, är förmodligen fortfarande alltför stora för att denna lösning skall vara aktuell för ett enkelt instrument.

4 FILTEREGENSKAPER HOS INTEGRERANDE MÄTDON

Då man under T sekunder utför en mätning med ett integrerande mätton, erhålls ett mätresultat M enligt:

$$M = K \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt \quad (4-1)$$

där K är mättonets skalfaktor. Man ser att resultatet blir ett medelvärde för mätsignalen under mätperioden T. En konsekvens av detta är att kortvariga kraftiga störningar, mätvärdesmässigt sett, motsvarar ett lågt medelvärde för en mättid som är väsentligt längre än störningarnas varaktighet. Detta motsvarar en lågpasfiltrering.

4.1 Lågpassegenskaper

Ett sätt att analysera filteregenskaperna för en medelvärdesbildning, är att studera hur en mätning på en sinussignal påverkar mätresultatet:

$$M = K \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot dt \quad (4-2)$$

Lösning av integralen ger:

$$\begin{aligned} M &= \frac{KU}{T\omega} [\cos\varphi - \cos(\omega T + \varphi)] \\ &= \frac{2KU}{T\omega} \cdot \sin \frac{\omega T}{2} \cdot \sin(\frac{\omega T}{2} + \varphi) \end{aligned} \quad (4-3)$$

Som jämförelse kan man beräkna storleken på en ekvivalent störsignal av likspänningskaraktär: U_{FEL} , som skulle påverkat mätvärdet M lika mycket.

$$M = K \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_{FEL} \cdot dt = K \cdot U_{FEL} \quad (4-4)$$

Genom kombination av de två sista ekvationerna erhålls:

$$U_{FEL} = \frac{2U}{T\omega} \cdot \sin \frac{\omega T}{2} \cdot \sin(\frac{\omega T}{2} + \varphi) \quad (4-5)$$

En maximalfelsuppskattning ger:

$$|U_{FEL}| \leq \frac{U}{T \cdot \pi \cdot f} \quad (4-6)$$

Denna skattning är relevant för frekvenser som möjliggör att den första sinusfaktorns belopp blir 1. Den nedre frekvensgränsen för detta ges av:

$$\frac{\omega T}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{dvs} \quad f = \frac{1}{2T} \quad (4-7)$$

För frekvenser som är mycket lägre än detta, kan i stället följande approximation göras:

$$|U_{FEL}| \approx \left| \frac{2U}{T\omega} \cdot \frac{\omega T}{2} \cdot \sin(\frac{\omega T}{2} + \varphi) \right| = \left| U \cdot \sin(\frac{\omega T}{2} + \varphi) \right| \quad (4-8)$$

En maximalfelsuppskattning ger:

$$|U_{FEL}| \leq U \quad (4-9)$$

Dessa maxvärdens hög- resp lågfrekvensasymptoter, (4-6) resp (4-9), kan jämföras med ett lågpasfilter med överföringsfunktionen:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j \cdot \omega/\omega_B} \quad (4-10)$$

vars dämpning för höga frekvenser är approximativt: ω_B/ω .
Jämförs detta med (4-6) erhålls:

$$\frac{\omega_B}{\omega} = \frac{1}{T \cdot \pi \cdot f} \quad (4-11)$$

dvs

$$f_B = \frac{1}{T \cdot \pi} \quad (4-12)$$

Vid den typ av mätningar som här är aktuell, utgörs nytto-signalen av en mer eller mindre lågpassfiltrerad fyrkantpuls. Filtreras denna i en enkel lågpasslänk med brytfrekvensen f_B , så måste ett icke integrerande mätton vänta 4,6 tids-konstanter för att filtrets utgång skall ha ställt in sig på 1 procent när. Sambandet mellan tidskonstanten T_K och bryt-frekvensen ges av det allmänna sambandet:

$$T_K = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_B} \quad (4-13)$$

Detta ger inställningstiden t_{in} :

$$t_{in} = 4,6 \cdot T_K = 4,6 / (2 \cdot \pi \cdot f_B) \quad (4-14)$$

Motsvarande integrerande mätton med brytfrekvensen f_B har ingen inställningstid, men väl en minsta mättid T som ges av (4-12). Insättning av denna i (4-14) ger:

$$t_{in} = 2,3 \cdot T \quad (4-15)$$

Detta innebär att man genom att använda ett långsamt integrerande mätton istället för ett enpoligt lågpassfilter i kombination med ett snabbt mätton, kan minska den totala mättiden med en faktor 2,3.

4.2 Bandspärregenskaper

Det icke approximerade uttrycket för sinussignalens inverkan är enligt ekv 4-5:

$$U_{FEL} = \frac{2U}{T\omega} \cdot \sin \frac{\omega T}{2} \cdot \sin\left(\frac{\omega T}{2} + \varphi\right)$$

Här ser man att om integrationstiden T anpassas till ett antal helperioder av sinussignalen enligt: $T=2\pi n/\omega$, så blir U_{FEL} :

$$U_{FEL} = \frac{2U}{T\omega} \cdot \sin n\pi \cdot \sin\left(\frac{\omega T}{2} + \varphi\right) = 0 \quad (4-16)$$

Detta faktum utnyttjas som regel i mätinstrument med dual-slope-omvandlare, för undertryckning av 50 Hz störningar. Om den tidbas som definierar integrationstiden inte är perfekt, utan mättiden omfattar n st helperioder plus ett litet tidfel Δt enligt $T = 2\pi n/\omega + \Delta t$ så kan (4-5) skrivas om som:

$$\left| U_{FEL} \right| = \left| \frac{2U}{T\omega} \cdot \sin \frac{\omega \Delta t}{2} \cdot \sin\left(\frac{\omega T}{2} + \varphi\right) \right| \quad (4-17)$$

Under förutsättning att $\omega \Delta t < 0,5$, så kan U_{FEL} approximeras på en procent när med:

$$\left| U_{FEL} \right| \approx \left| U \cdot \frac{\Delta t}{T} \cdot \sin\left(\frac{\omega T}{2} + \varphi\right) \right| \quad (4-18)$$

En maximalfeluppskattning av detta ger:

$$\left| U_{FEL} \right| \leq \left| U \cdot \frac{\Delta t}{T} \right| \quad (4-19)$$

vilket för små Δt är en klar förbättring i jämförelse med ekv 4-6.

Om man har möjlighet att synkronisera mätningen med störsignalens fasläge, kan U_S minskas ytterligare. Med exempelvis $\varphi=0$, erhålles efter samma approximation som tidigare:

$$U_{FEL} \approx U \cdot \frac{\Delta t}{T} \cdot \Delta t \cdot \pi \cdot f \quad (4-20)$$

5 SKILLNADSMÄTNINGAR

5.1 Metoder

Skillnadsmätningar i samband med jordresistivitetsbestämningar kan utföras på ett par olika sätt. En metod som används av ref 11, grundar sig på att man först sänder ström genom marken och därvid mäter summan av nyttsignalen (U_N) och störsignalen (U_S). Därefter avslutas strömsändningen och en mätning av enbart U_S utförs, varpå nettoresultatet R erhålls som skillnaden mellan mätningarna (I förekommande fall markerar sifferindexen till vilken delmätning som storheten hör) :

$$R = K(U_{S1}+U_{N1})-K(U_{S2}) = KU_N+K(U_{S1}-U_{S2}) \quad (5-1)$$

Ett sätt att förbättra signal/störningsförhållandet som används av ref 6, är att sända ut ström även under den andra mätfasen - fast med omkastad polaritet. Detta medför dock att den utsända laddningsmängden fördubblas relativt den förra metoden. Härvid erhålls:

$$R = K((U_{S1}+U_{N1})-(U_{S2}-U_{N2})) = 2KU_N+K(U_{S1}-U_{S2}) \quad (5-2)$$

Båda dessa metoder undertrycker störsignaler vars medelvärden U_{S1} och U_{S2} är lika för de båda mätfaserna. Däremot misslyckas de med att undertrycka störningar som ändras linjärt med tiden. En metod som även undertrycker denna störningstyp har provats av förf (Ref 14) och används numera bla av ATLAS COPCO ABEM (Ref 15). Den grundar sig på att man sänder ut fyra strömpulser, av vilka de två mittersta har omkastad polaritet. I mät donet adderas värdena för insignalen under den första resp sista pulsen, varpå värdena för mittpulserna subtraheras:

$$\begin{aligned} R &= K((U_{S1}+U_{N1})-(U_{S2}-U_{N2})-(U_{S3}-U_{N3})+(U_{S4}+U_{N4})) = \\ &= 4KU_N + K(U_{S1}-U_{S2}-U_{S3}+U_{S4}) \end{aligned} \quad (5-3)$$

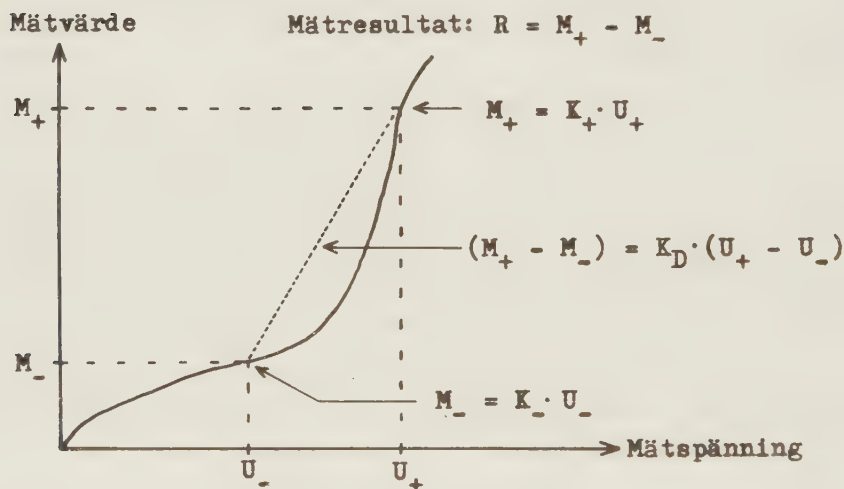
I detta fall fördubblas den utsända laddningsmängden med ytterligare en faktor 2. Analysen ovan grundar sig på att mätningarna utförs under svåra störomständigheter, varvid man sänder ut så kraftig ström som möjligt. Om man i de två senare mätfallen hade hållit utsänd laddningsmängd konstant genom att minska strömstyrkan, så hade nyttsignalbidraget blivit KU_N även i (5-2) och (5-3).

5.2 Inverkan av likspänningar

5.2.1 Specifikationer för Spänning-Frekvens-omvandlare.

I figur 4 illustreras med ett överdrivet exempel, dels en mätomvandlares mätkaraktistik, dels mätsignalerna för en skillnadsmätning motsvarande formlerna 5-2 resp 5-3. Störspänningen U_S förutsättes här vara konstant. Då strömpulser med olika polaritet sänds genom marken, registreras mätspänningar som i motsvarande grad är större (U_+) resp mindre (U_-) än störsignalen. Dessa mätspänningar ger upphov till mätvärdena M_+ resp M_- , vilka är relaterade till mätspänningarna via skalfaktorerna K_+ resp K_- . För skillnadsmätningen kan en differentiell skalfaktor K_D beräknas enligt:

$$K_D = \frac{M_+ - M_-}{U_+ - U_-} \quad (5-4)$$



Figur 4. Överdrivet olinjär mätkaraktistik.

För att spänning-frekvensomvandlaren skall vara användbar för skillnadsmätningar som utföres med en viss noggrannhet, behöver den differentiella skalfaktorn inte vara väsentligt noggrannare än denna mätnoggrannhet. Eftersom tillverkarna av spänning-frekvensomvandlare normalt inte specificerar några uppgifter om K_D , är denna skalfaktor inte användbar vid urval och analys av kommersiellt tillgängliga omvandlare. I stället anger tillverkarna toleranser för hur mycket den statiska

skal faktorn avviker från en rät linje mellan nollpunkten och fullt skalutslag (Jfr ref 16).

5.2.2 Krav på skal faktorn

Mätresultatet kan tecknas enligt:

$$R = M_+ - M_- = K_+ \cdot U_+ - K_- \cdot U_- \quad (5-5)$$

Om de positiva och negativa strömpulserna är lika stora, erhålles:

$$U_+ = U_S + U_N \quad \text{resp} \quad U_- = U_S - U_N \quad (5-6)$$

Resultatet blir då:

$$R = (K_+ - K_-) \cdot U_S + (K_+ + K_-) \cdot U_N \quad (5-7)$$

Skriver man om $(K_+ + K_-)/2$ som K_M , dvs som medelvärde av skal faktorn för de båda mätpunkterna, så erhålls :

$$R = (K_+ - K_-) \cdot U_S + 2 \cdot K_M \cdot U_N \quad (5-8)$$

Den högra termen visar hur nyttsignalen bidrar till resultatet, medan den vänstra visar hur resultatet störs av störsignalen då omvandlaren inte är linjär. För att nyttsignalen skall kunna bestämmas med en viss noggrannhet, så måste följaktligen K_M vara av minst samma noggrannhetsklass. Efter trimning av skal faktorn, så uppfylls detta krav i allmänhet av tillgängliga omvandlare. Ett andra krav som kan ställas, är att den vänstra termen är mycket mindre än den högra. Kvoten mellan de båda termerna skall åtminstone vara mindre än det acceptabla relativa felet E_R för resultatet. Efter omskrivning erhålls:

$$E_R > \left(\frac{K_+}{K_M} - \frac{K_-}{K_M} \right) \cdot \frac{U_S}{2U_N} \quad (5-9)$$

Detta uttryck kan uppfattas som produkten av dels ett linearitetsmått, dels ett störsignal/nyttosignal-förhållande. Sätter man in siffror för ett hårt fall:

$$E_R = 0,005 \quad U_S = 1V \quad \text{resp} \quad U_N = 1mV$$

så erhålls följande linearitetskrav:

$$\frac{K_+}{K_M} - \frac{K_-}{K_M} < 10^{-5}$$

Författarens praktiska erfarenheter visar att linearitetsavvikelserna i allmänhet är mycket lika för närliggande mätpunkter. För icke närliggande mätpunkter kommer å andra sidan förhållandet störsignal/nyttosignal att minska, vilket medför att linearitetskravet minskar i motsvarande grad.

Då man utför en mätning genom att räkna antalet pulser per tidsenhet från en spänning-frekvensomvandlare, så är skalfaktorn linjärt beroende av mättiden. Detta innebär att man måste ställa motsvarande krav på korttidsstabiliteten hos mätsystemets tidbas, som man ställer på spänning-frekvensomvandlarens linearitet i avsnittet ovan.

5.2.3 Inverkan av drift hos skalfaktorn

Utöver de tidsinvarianta linearitetsavvikelserna, så har skalfaktorn hos elektroniska mätsystem även en temperaturberoende del. Vid påslag av strömförsörjningen och vid exponering i solsken eller bläst, yttrar sig detta genom att skalfaktorn driver med tiden. För utrustningar som är monterade i slutna lådor, blir tidskonstanten ofta så stor att man för sekundintervall kan approximera driften med ett tidslinjärt förlopp. Ett sätt att minska inverkan från denna drift, är att utföra mätningen i fyra faser, såsom angivits i avsnitt 5.1 och ref 14. Härvid erhålls resultatet R enligt (5-3):

$$R = 4K \int_0^T u_N dt + K \left(\int_{t_A}^{t_B} u_S dt - \int_{t_C}^{t_D} u_S dt - \int_{t_E}^{t_F} u_S dt + \int_{t_G}^{t_H} u_S dt \right) \quad (5-10)$$

Om skalfaktorn antas ha tidsberoendet:

$$K(t) = K(1+D \cdot t) \quad (5-11)$$

där D motsvarar driften hos skalfaktorn, så måste detta tidsberoende flyttas in i resp integral. Är driften liten och u_N konstant, så kan nyttobidraget R_N till R approximeras med:

$$R_N \approx 4 \cdot K \cdot U_N \cdot T \quad (5-12)$$

Om u_s är konstant, kan var och en av de fyra delintegralerna ovan evalueras enligt:

$$K \cdot U_s \cdot \int_{t_A}^{t_B} (1+D \cdot t) \cdot dt =$$

$$= K \cdot U_s [(t_B - t_A) + D/2 \cdot (t_B^2 - t_A^2)] \quad (5-13)$$

Om mättiden är T sekunder erhålls:

$$K \cdot U_s \cdot T(1+D(t_B+t_A)/2) \quad (5-14)$$

Den totala störtermen från de fyra delintegralerna blir:

$$R_S = 0,5 \cdot D \cdot K \cdot U_s \cdot T((t_B+t_A)-(t_D+t_C)-(t_C+t_E)+(t_H+t_G)) \quad (5-15)$$

Om pauserna mellan de successiva delmätningarna är T_1, T_2 resp T_3 , så erhålls:

$$R_S = 0,5 \cdot D \cdot K \cdot U_s \cdot T((2t_A+T)-(2t_A+3T+2T_1)-$$

$$(2t_A+5T+2T_1+2T_2)+(2t_A+7T+2T_1+2T_2+2T_3)) \quad (5-16)$$

$$R_S = 0,5 \cdot D \cdot K \cdot U_s \cdot T(-2T_1+2T_3) = D \cdot K \cdot U_s \cdot T(T_3-T_1) \quad (5-17)$$

För att de negativa konsekvenserna av störtermen skall kunna bedömas, så måste den jämföras med nyttotermen R_N . Det relativa fel som störtermen bidrar med till mätresultatet blir då:

$$E_R = R_S/R_N \quad (5-18)$$

$$E_R \approx \frac{D \cdot K \cdot U_s \cdot T \cdot (T_3 - T_1)}{4 \cdot K \cdot U_N \cdot T} \quad (5-19)$$

$$E_R \approx 0,25 \cdot D \cdot \frac{U_s}{U_N} \cdot (T_3 - T_1) \quad (5-20)$$

Detta innebär att under förutsättning att pauserna mellan delmätningarna ett och två resp tre och fyra är lika, så störs mätningen inte av U_s även om skalfaktorn driver tidslinjärt. Hade mätningen utförts med enbart två delmätningar enligt (5-2) och ref 6, så hade E_R blivit:

$$E_R \approx 0,5 \cdot D \cdot \frac{U_S}{U_N} \cdot (T + T_1) \quad (5-21)$$

5.2.4 Inverkan av tidslinjär drift hos tidbasens oscillator.

En metod för att styra integrationstiderna, är att använda en timer, dvs en krets som bildar ett tidsintervall som är lika långt som den tid det tar för kretsen att räkna ett givet antal pulser från en oscillator. Om denna oscillators frekvens driver linjärt med tiden enligt: $f=f_0(1+At)$, så resulterar detta i att de fyra delintegralerna i (5-10) inte utförs över lika långa tidsintervall. Integralernas tidsgränser ges av:

$$N = \int_{t_1}^{t_2} f_0(1+At) \cdot dt \quad (5-22)$$

där N är antalet pulser under intervallet. Om $t_1=0$, blir t_2 :

$$t_2 = ((1 + 2AN/f_0)^{0,5} - 1) \quad (5-23)$$

Om U_S är konstant och om integrationsgränserna har bestämts, kan det relativa felet E_R , dvs kvoten mellan stör- och nyttobidragen, beräknas:

$$E_R = K \cdot U_S/U_N \quad K \text{ för några fall återges i tab.1} \quad (5-24)$$

5.3 Inverkan av rampspänningar

Om störspänningen driver linjärt med tiden enligt:

$$u_S(t) = U(1 + D \cdot t) = U_{DC} + U_D \cdot t \quad (5-25)$$

Tabell 1. Det relativa mätfelet för olika kombinationer av oscillatordrift och nominella integrationstider.

Drift /sek	Nominell integrationstid i sekunder					
	0,25	0,50	1	2	4	8
1%	$9 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
0,3%	-	$3 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$
0,1%	-	-	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$
300ppm	-	-	-	-	$2,1 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-6}$

och om mätningen utförs med fyra delmätningar enligt ovan, så kommer detta att orsaka en felterm i enlighet med (5-17) och med en inverkan enligt (5-20). Sätts beteckningar enligt högra delen av (5-25) in, så erhålls:

$$R_S = K \cdot U_D \cdot T(T_3 - T_1) \quad (5-26)$$

$$E_R \approx 0,25 \cdot (T_3 - T_1) \cdot U_D/U_N \quad (5-27)$$

Detta innebär att om pauserna T_1 och T_3 är lika, så påverkas mätvärdet inte av störspänningens drift.

5.4 Inverkan av exponentiella störningar

Eftersom inga mätteoretiska eller praktiska skäl talar emot det, har i detta avsnitt de två mittersta delmätningarna slagits samman till en enda dubbelt så lång mätning. Om störningen ges av:

$$u_S(t) = U \exp(-t/T_E) = U \cdot f(t) \quad (5-28)$$

så blir dess bidrag till resultatet i enlighet med (5-10):

$$R_S = KU \left(\int_0^T f(t) dt - \int_{T+T_p}^{3T+T_p} f(t) dt + \int_{3T+2T_p}^{4T+2T_p} f(t) dt \right) \quad (5-29)$$

Som jämförelse kan man undersöka hur stor en likspänning U_{FEL} behöver vara, för att den skall orsaka en lika stor felterm som exponentialspänningen. Om U_{FEL} anses vara i fas med nyttsignalen, så ges bidraget av (5-10):

$$R_S = 4 \cdot K \cdot \int_0^T U_{FEL} dt = 4 \cdot K \cdot T \cdot U_{FEL} \quad (5-30)$$

Likhet mellan (5-29) och (5-30) ger:

$$U_{FEL} = \frac{U}{4T} \left(\int_0^T f(t) dt - \int_{T+T_p}^{3T+T_p} f(t) dt + \int_{3T+2T_p}^{4T+2T_p} f(t) dt \right) \quad (5-31)$$

I avsnitt 6.5 återges konsekvenserna av denna ekvation, för ett par relevanta fall.

6 STÖRNINGSUUNDERTRYCKNING VID MÄTNINGAR PÅ LÅGPASSFILTREDE SIGNALER

I känsliga mätsystem krävs kraftig undertryckning av momentana kraftiga störningar, eftersom dessa annars lätt överstyr ingångsförstärkaren eller mätomvandlaren. Denna undertryckning kan utföras med ett lågpasfilter vars brytfrekvens kan väljas så att det dessutom dämpar störningar från elnätet.

För att mätelektroderna inte skall belastas och för att möjliggöra förstärkning av mätsignalen, så erfordras i allmänhet en separat ingångsförstärkare. Filtret kan då utföras som en passiv länk följt av ett tvåpoligt aktivt filter, där förstärkaren utgörs av mättonets ingångsförstärkare. I detta kapitel analyseras de störningsundertryckande egenskaperna för mätton som utför integrerande skillnadsmätningar på signaler som filtrerats i ett trepoligt lågpas Butterworthfilter med en brytfrekvens i storleksordningen 5 Hz.

6.1 Trepoligt lågpasfilter med Butterworthkaraktär

Om brytfrekvensen är f_B , så ges överföringsfunktionen för denna typ av filter enligt ref 17 sid 210 av:

$$H(s) = \frac{\omega_B^3}{(s + \omega_B)(s^2 + \omega_B s + \omega_B^2)} \quad (6-1)$$

6.2 Likspänningar

Då mätelektroderna kommer i kontakt med marken, ansluts bl a en likspänning U till mättingången. Laplacetransformen för denna är:

$$U/s \quad (6-2)$$

Om man tar den inversa Laplacetransformen för produkten mellan insignalen och överföringsfunktionen, så erhålls utsignalernas tidsberoende:

$$u_{ut}(t) \approx U \cdot [1 - \exp(-\omega_B t) - 1,155 \cdot \exp(-\omega_B t/2) \cdot \sin(0,866\omega_B t)] \quad (6-3)$$

Det är rimligt att anta att det dröjer ett par sekunder från det att elektroderorna anslutits till marken, tills dess att en mätning påbörjas. Om filtret har en brytfrekvens som är större än 1 Hz, kommer transienterna redan efter 4 sekunder att vara mindre än 1 ppm av U. Är U 500 mV så blir storleken på denna del mindre än en mikrovolt, vilket är helt försumbart. Den resterande konstanta delen undertrycks på det sätt som tidigare visats i avsnitt 5.2.

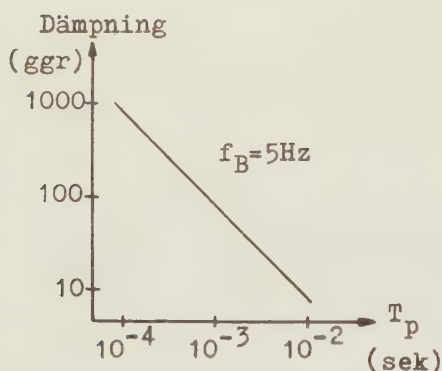
6.3 Korta pulser

Då tidsupplösningen ökas, visar sig störningar med "spik"-karaktär i allmänhet ha mer eller mindre avrundade former. I detta avsnitt simuleras de för enkelhetens skull med rektangulära pulser med amplituden U. Laplacetransformen för dylika pulser som börjar vid tiden 0 och som har varaktigheten T_p , blir:

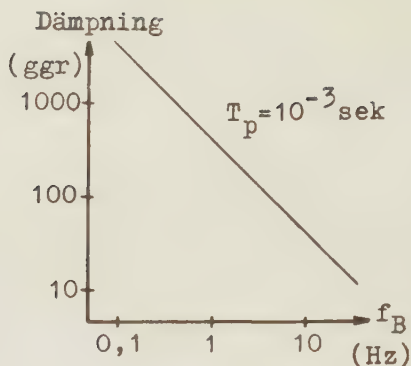
$$U(1 - \exp(-T_p s))/s \quad (6-4)$$

Under tiden 0 till T_p kommer tidssvaret på filtrets utgång att följa samma samband som (6-3). För t som är större än T_p , subtraheras dessutom ett likadant tidsamband där t ersätts av $t - T_p$. Om pulsens varaktighet är kort, så blir resultatet en kraftigt dämpad svängning. Beroende på när störningen inträffar så kan hela svängningsförloppet, eller enbart början eller slutet ingå i mätsignalen under mättiden. Ingår hela svängningsförloppet så kan man i enlighet med vad som ovan sagts, beräkna värdet av signalens integral för hela mättiden. Resultatet blir: $T_p \cdot U$, dvs samma resultat som man skulle erhållit vid integrering av den inkommande störsignalen utan föregående filtrering

Under förutsättning att pulsens varaktighet är väsentligt kortare än filtrets stigtid, så blir nettoeffekten att den korta pulsen ersätts av en längre puls med mindre amplitud. I fig 5-a visas hur utpulsens maxvärde beror på inpulsens varaktighet. Dämpningen har bestämts genom numerisk simulering av tidsfunktionen för utpulsens. Pss åtgäses i fig 5-b hur dämpningen beror på filtrets brytfrekvens.



a)



b)

Figur 5. a) Dämpning av amplitud hos korta pulser i 3-poligt LP-filter med Butterworthkaraktär, som funktion av pulsernas varaktighet
b) D:o som funktion av filtrets brytfrekvens

6.4 Rampspänningar

Då en rampspänning med tidssambandet resp Laplacetransformen

$$u(t) = U \cdot t \quad (6-5)$$

$$L(u(t)) = U/s^2 \quad (6-6)$$

ansluts till ingångssteget, erhålls på samma sätt som i avsnitt 6.2 ovan en transientdel som klingar bort på mindre än fyra sekunder (Ref 17 sid 317). Den bestående delens tidssamband ges av:

$$u_{ut}(t) = U \cdot t - 2U/\omega_B \quad (6-7)$$

Om $U = 0,005$ och $f_B = 5$ så blir likspänningstermen mindre än 1 mV, vilket är försumbart vid jämförelse med de 500 mV som diskuteras i avsnitt 6.1. Inverkan av den tidslinjära delen av utsignalen kan bestämmas med hjälp av formel 5-27:

$$E_R \approx 0,25 \cdot (T_3 - T_1) \cdot U/U_N$$

Ur denna formel kan man bestämma det krav som bör ställas på pauserna T_3 :s och T_1 :s likhet:

$$(T_3 - T_1) = 4 \cdot E_R \cdot U_N / U \quad (6-8)$$

Med $E_R=0,001$, $T_3=0,4\text{sek}$, $U_N=1\text{mV}$ och $U=5\text{mV}$ erhålls kravet $0,8\text{ mS}$, dvs 2 promille.

6.5 Exponentiella störningar

Om den störande exponentiella signalen har begynnelsevärdet U och tidskonstanten T_E , så blir dess tidsberoende :

$$u(t) = U \exp(-t/T_E) \quad (6-9)$$

Laplacetransformen blir:

$$L[u(t)] = \frac{U}{s + 1/T_E} \quad (6-10)$$

Den inversa transformen för utsignalen (Ref 17 sid 317) ger en transientdel som blir försumbar efter ett par sekunder, plus en del som får tidsberoendet:

$$u(t) = \frac{U \cdot \omega_B^3}{(\omega_B - \frac{1}{T_E})[(\frac{\omega_B}{2} - \frac{1}{T_E})^2 + \frac{3}{4} \omega_B^2]} \cdot \exp(-t/T_E) \quad (6-11)$$

Om storleksordningarna på f_B och T_E är 1 hertz resp 10-tal sekunder, så kan utsignalen approximeras med:

$$u(t) \approx U \cdot \exp(-t/T_E) \quad (6-12)$$

Detta innebär att ur mätsynpunkt så påverkas exponentiella störningar inte av filtret, utan störningarnas inverkan kan beräknas enligt ekv 5-31. I tabell 2 återges resultatet av en numerisk beräkning för ett par tänkbara fall. Störningens karakteristik motsvarar vad som kan erhållas med zink eller galvaniserade järnelektroder. Av tabellen framgår att om mätupplösningen är 10 mikrovolt och om man gör långa mätningar, så störs känsliga mätningar kraftigt. Provmätningarna i appendix A, har dessutom visat att de elektrod-betingade mätfeLEN är större än vad som kan förklaras med de exponentiella störspänningarna. För känsliga mätningar bör man följaktligen använda icke-polariserbara mätelektroder, exvis av koppar-kopparsulfattyp.

Tabell 2. Felbidraget till nyttsignalen från exponentiella störningar, angivet i mikrovolt. T är längden av varje delmätning och T_p är längden av pauserna mellan mätningarna, båda angivna i sekunder.

$\begin{matrix} T \\ T_p \end{matrix}$	0,25	0,50	1	2	4	Elektroddata
0,4	2,2	4,8	12	37	117	U=0,025 V
0,8	5,2	8,7	18	47	133	$T_E=40$ sek
0,4	8,7	18	47	133	384	U=0,025 V
0,8	20	33	69	166	430	$T_E=20$ sek

6.6 Sinusstörningar

I denna typ av filter dämpas sinussignaler enligt ref 17 sid 203 med följande faktor:

$$\frac{1}{[1+(\omega/\omega_B)^6]^{0,5}} \quad (6-13)$$

För frekvenser som är högre än tre gånger brytfrekvensen kan detta på en promille när approximeras med:

$$(\omega_B/\omega)^3 \quad (6-14)$$

Om mättonets integrationstid är i storleksordningen 1 sekund och man analyserar inverkan av mätstörningar, så visar ekv 4-6 hur stor felsignal som i det värsta fallet kan adderas till nyttsignalen för en integrerande delmätning. Det värsta fallet vid skillnadsmätningar, inträffar när summan av de fyra felbidragen (Jfr ekv 5-3) blir som störst. Detta innebär att även felet för skillnadsmätningen ges av (4-6), vilket i kombination med (6-14) ger:

$$\left| U_{FEL} \right| \leq \frac{U}{T \cdot \pi \cdot f} \cdot \left(\frac{f_B}{f} \right)^3 \quad (\text{då } f > 3f_B) \quad (6-15)$$

Med $U=250\text{mV}$, $T=0,5\text{s}$, $f=16,7\text{Hz}$ och $f_B=5\text{ Hz}$ erhålls $U_{FEL}=256$

mikrovolt, vilket är ett för stort fel vid känsliga mätningar.

Motsvarar integrationstiden någorlunda ett jämnt antal helperioder av nätstörningen så ersätts (4-6) av (4-19) vilket ger:

$$\left| U_{FEL} \right| \leq \left| U \cdot \frac{\Delta t}{T} \cdot \left(\frac{f_B}{f} \right)^3 \right| \quad (6-16)$$

Med hjälp av detta uttryck, kan man bestämma vilket krav som bör ställas på tidbasen:

$$\frac{\Delta t}{T} \leq \frac{U_{FEL}}{U} \cdot \left(\frac{f}{f_B} \right)^3 \quad (6-17)$$

Om ett fel på 10 mikrovolt kan accepteras för varje integrerande delmätning, så blir stabilitetskravet för fallet ovan 1490ppm.

Det bör understrykas att (6-15) och (6-16) har föregåtts av ett par olika maximalfelsuppskattningar, varför den sannolika störningen är klart mindre än det högra ledet i resp ekvation.

7 STOKASTISKA STÖRNINGAR OCH AVRUNDNINGSFEL

7.1 Avrundningsfel

Vid all analog-digitalomvandling orsakar mätomvandlarens ändliga upplösning ett kvantiseringsfel, vilket numeriskt sett kan uppfattas som ett avrundningsfel.

Om AD-omvandlingen utförs genom att man räknar antalet pulser per tidsenhet från en spänning-frekvensomvandlare, kan olika former av avrundning åstadkommas. I en förenklad analys kan man härvid tänka sig att räknepulserna är oändligt korta. Om mätperioden då infaller helt okorrelerat med räknepulserna och om dessa kommer med jämna tidsintervall, så kommer antalet räknade pulser att bli beroende på när mätperioden infaller. Variationen blir dock inte mer än en puls, och sannolikheten för avrundning uppåt och neråt blir beroende av mätperiodens längd. Man kan visa att om fler och fler mätningar utförs, så kommer medelvärdet att med allt bättre precision approximera den sökta analoga storheten.

Om mätperioden på något sätt synkroniseras med räknepulserna, så kan resultatet bli att avrundningen konsekvent utförs uppåt eller neråt. Man kan exempelvis låta mätperioden börja alldeles efter en räknepuls, varvid avrundningen kommer att utföras neråt. En effekt av detta är att samma analoga nivå, alltid ger samma mätvärde.

Vid skillnadsmätningar i fyra faser med osynkroniserad mätperiod, kan man för samma mätsignal erhålla en maximal fluktuation på fyra enheter i sista siffran. Priset för att minska eller slippa denna fluktuation genom systematisk avrundning, är att man förlorar den information om den analoga signalen som finns i själva fluktuationen. Man har då inte längre någon möjlighet att öka upplösningen i mätvärdet genom medelvärdesbildning.

Innebörden och förekomsten av fluktuationer hos osynkroniserade mätdata illustreras enklast med två exempel. Om avrundning vid de fyra mätfaserna skall ske från 0,001 enheter i sista siffran, så kommer i 999 fall av 1000 avrundning att ske nedåt. Det innebär att i allmänhet så erhålls ett fel på 0,004 enheter. Vid de sällsynta tillfällen då alla fyra delmätningarna avrundas uppåt, blir felet nästan 4 enheter. Om å andra sidan avrundning skall ske från 0,5 i alla fyra fallen, så sker avrundning uppåt i hälften av

fallen. Det medför att mätvärdet fluktuerar ofta, och att det maximala felet är 2 enheter. De två exemplen är orealistiska i det att samma avrundning skall ske för de fyra mätfaserna vid upprepade mätningar, men visar tydligt hur pass komplicerad processen är och hur stora fel som kan förekomma.

En konsekvens av resonemanget ovan är att mättonets upplösning för delmätningar, måste vara ett par gånger högre än den upplösning som motsvarar den önskade säkra mätupplösningen för enstaka skillnadsmätningar.

7.2 Stokastiska störningar

I ett mätton som mäter likspänningar med en upplösning på storleksordningen mikrovolt, påverkas mätvärdet lätt av instrumentets egenbrus. Till detta brus kommer i vårt fall de stokastiska störningar som vid jordresistansmätningar erhålls från marken och mätelektroderorna. Det högfrekventa brusets inverkan kan minskas genom användande av lågpasfilter och integrerande mätomvandlare. De återstående lågfrekventa störningarna i form av exvis 1/f-brus, kan inte undertryckas lika lätt. Den kanske enda enkla metoden härvidlag, är att medelvärdesbilda över ett större antal mätningar

7.3 Statistiska metoder

Skall man använda medelvärdesbildning för ökande av mätupplösning eller för undertryckande av slumpmässiga störningar, bör man också bestämma något kvalitetsmått för resultatet. Alternativt bör man använda någon metod för att bestämma hur många delmätningar som skall ingå i medelvärdesbildningen.

En metod är att man för ett givet mätton på en given mätplats, utför en medelvärdesbildning med ett stort antal delmätningar. Från denna mätserie beräknas standardavvikelsen $s_{\text{mät}}$. Eftersom standardavvikelsen är ett mått på hur delmätningarna fluktuerar, så kommer den inte att minska utan bara bli mer preciserad, då antalet delmätningar ökar. Om man tänker sig ett antal medelvärdesbildande mätserier med vardera n delmätningar, kan man enligt ref 18 sid 112 beräkna den standardavvikelse s_{mv} som skulle ha gällt för dessa medelvärdenas fluktuationer:

$$s_{\text{mv}} \approx s_{\text{mät}} / \sqrt{n} \quad (7-1)$$

Detta uttryck visar klart vilken betydelse antalet delmätningar har på medelvärdets kvalitet, då de individuella mätvärdena fluktuerar på ett givet sätt.

Med hjälp av de kända värdena n och $s_{\text{mät}}$, kan den absoluta felgränsen E för en önskad konfidensnivå k beräknas enligt referens 19 sid 9-8:

$$E = t_k(n) \cdot s_{\text{mät}} / \sqrt{n} \tag{7-2}$$

Konfidensnivåfaktorn $t_k(n)$ (Jfr ref 20) för några intressanta fall återges i tabell 3. Alternativt kan man med (7-2) som utgångspunkt, bestämma hur många mätningar som bör ingå i en medelvärdesbildning för att E skall bli tillräckligt litet vid givna fluktuationer:

$$n = (t_k(n) \cdot s_{\text{mät}} / E)^2 \tag{7-3}$$

Tabell 3. Samband mellan antal mätningar (n), konfidensnivå (k) och konfidensnivåfaktorn $t_k(n)$.

n	$k=1\%$	$k=5\%$
	$t_k(n)$	$t_k(n)$
121	2,6	2,0
61	2,7	2,0
31	2,8	2,0
16	2,9	2,1
8	3,5	2,4
4	5,8	3,2

REFERENSER

1. Grant F.S och West G.F.
Interpretation Theory in Applied Geophysics,
McGraw-Hill, New York 1964
2. Parasnis D.S.
Mining Geophysics, Elsevier Publishing Company,
Amsterdam 1966
3. Bitterlich und Wöbking
Goelektronik,
Springer Verlag, Wien 1972
4. Keller G. och Frischknecht F.
Electrical Methods in Geophysical Prospecting,
Pergamon Press, New York 1966
5. Statsgeolog Leif Eriksson
Intervju 1979, Statens Geologiska Undersökning,
Uppsala
6. Geoelectric DC Equipment Gga 30
(Technical Bulletin No 11)
Bodenseewerk Geosystems GmbH.
überlingen Dec 1977, Västtyskland
7. Brauer S. och Krill P.
JRM-1
Lunds universitet, Fysiska institutionen, 1979
Rapport AE2-79
8. The Principles & Practice of Geophysical Prospecting
/Ed. by/ Edge och Laby,
Cambridge University Press, Cambridge 1931
9. Instruction Manual AIB DCT320 (ABEM DC Terrameter)
ABEM Printed Matter No 93005
Atlas Copco ABEM, Bromma
10. Instruction Manual AIB ACT310 (ABEM AC Terrameter)
ABEM Printed Matter No 93007
Atlas Copco ABEM, Bromma
11. Digitale Goelektrische Messapparatur
Prakla-Seismos GmbH (Trycksak)
Hannover 1977, Västtyskland

12. Digital DC Automatic Equipment for Measuring Spontaneous Potential Induced Polarization and Apparent Resistivity, ELGI (Trycksak), Budapest
13. Solve Your Measurement Problems
Application Bulletin AN-20, sept 1975
Teledyne Philbrick
14. Krill P.
JRM2 - ett jordresistansmätande instrument.
Lunds universitet, Fysiska institutionen 1979
Rapport AE1-79
15. Terrameter SAS
ABEM Printed Matter No 90225
Atlas Copco ABEM, Bromma
16. How to specify and test V-F and F-V converters
Application Bulletin AN-22, april 1976
Teledyne Philbrick
17. Holbrook J.
Laplace Transforms for Electronic Engineers
Pergamon Press, Oxford 1969
18. Chatfield C.
Statistics for Technology
Chapman and Hall, London 1975
19. Svensk Mätplatskalender 1979.
Statens Provningsanstalt, Mätcentrum
Borås 1979
20. Wonnacott T. and Wonnacott R.
Introductory Statistics for Business and Economics
Wiley, New York 1977

APPENDIX A. JÄMFÖRELSE AV 4 SORTERS ELEKTRODER

A.1 Inledning

I detta appendix redogörs för undersökningar som utförts på elektroder bestående av fyra olika material: Rostfritt stål, Galvaniserat järn, Zink samt Koppar/Kopparsulfat. Undersökningarna har syftat till att bestämma hur de olika elektroderna ger upphov till störssignaler och i vilken mån dessa är oacceptabla vid jordresistansmätningar.

Eftersom störningarna förmodligen är starkt beroende av jordens fuktighet och kemiska innehåll på mätplatsen, kan resultaten endast ses som ett exempel. Under ogynnsamma förhållanden, erhålls förmodligen besvärligare störssignaler än vad denna undersökning visar.

A.2 Elektrodtyper

Pga praktiska begränsningar har de olika elektrodtyperna haft olika mekanisk utformning, vilket kan ha påverkat resultatet. Nedan beskrivs de undersökta typerna.

STÅLELEKTRODER. Stålelektroder har bla föreslagits av ref 6. De har bestått av plattstång av SIS 2333-stål, med ett tvärsnitt på ungefär 10x25 mm. Vid mätning har elektroderna slagits ner 1-2 dm i jorden.

GALVANISERADE JÄRNELEKTRODER. Elektroder av denna typ har bla använts som strömutsändningselektroder av ref 9. Dessa har utgjorts av galvaniserade T-profiler av järn, där T:ets staplar har haft ett tvärsnitt på ungefär 5x32 mm. Vid mätningar har dessa elektroder i regel slagits ned lite mindre än plattstångselektroderna.

ZINKELEKTRODER. Genom hopvikning av zinkplåt har plattstångsliknande elektroder med ett tvärsnitt på ungefär 7x30 mm erhållits. För att den mekaniska hållfastheten skall vara god, har elektrodernas ändar smälts ihop.

KOPPAR/KOPPARSULFAT ELEKTRODER. Dessa elektroder är av den typ som normalt används vid jordresistivitetmätningar. De består av ett plaströr, som är avslutat med en porös träspets i den ända som skall anslutas till marken. Spetsen har formen av en 9,5 cm lång rundstång med 2,5 cm:s diameter. Inuti röret och spetsen finns en mättad kopparsulfatlösning som

sipprar genom det porösa träet, och som därmed kommer i kontakt med jorden. Anslutningen av mät donet till kopparsulfatlösning sker med en kopparstång som är nedstucken i lösningen.

A.3 Undersökningar och mätningar

Då en elektrod ansluts till marken, uppstår en potentialdifferens mellan elektroden och marken. Försöker man mäta potentialdifferensen mellan två punkter på marken via två elektroder kommer därför en störsignal att adderas till nyttosignalen. Denna störsignal utgörs av summan av de två potentialdifferenserna mellan elektroder och mark. I ett försök att få en grov uppfattning om störsignalens storlek och tidssamband, registrerades först ett par typfall med en skrivare. Efter detta genomfördes ett antal mätningar med hjälp av en mikrodatorbaserad mätuppkoppling. Härvid uppmättes och beräknades en del karakteristika för elektrodstörningar:

- Storleken på störningen.
- Medelderivatan för störningen.
- Det fel som störningen ger upphov till vid användandet av en given mätmetod.

Genom upprepade mätningar, bestämdes också dessa karakteristikas beroende av hur lång tid som förflutit sedan elektroderna applicerats på mätplatsen.

Samtliga mätningar utfördes i laboratoriet, varvid elektroderna slogs eller trycktes ned i en jordfylld cylinderformad plastbehållare. Jordmassan som var 3 dm hög och hade diametern 3 dm bestod av fuktig åkerjord av lerjordtyp.

De olika mätresultaten grundar sig på 0,5 sekunder långa mätningar där upplösningen är 10 mikrovolt och den absoluta onoggrannheten mindre än 1%. Mätresultaten motsvarar medelvärdet av mätspänningen under mättiden. I inget av mätfallen har elektroderna belastats med mer än en halv mikroampere.

För att mät donet skall kunna hantera både positiva och negativa insignaler, så är det förspänt med en fast spänning. Detta medför att vid bestämning av störspänningens storlek, så måste resultatet beräknas som skillnaden mellan det egentliga mätvärdet, och det mätvärde som erhålls med mätspänningen noll. Vid bestämning av hur spänningen

förändras, så har detta värde beräknats direkt som skillnaden mellan två mätningar.

Ett sätt att utföra jordresistansmätningar är att sända ut fyra strömpulser genom marken enligt ett förutbestämt tidsmönster. Samtidigt genomförs fyra spänningsmätningar, vars resultat här betecknas M1-M4. Resistansen beräknas därpå enligt algoritmen:

$$\text{Resistans} = \text{skalfaktor} \cdot (M1 - M2 - M3 + M4) / \text{strömstyrka}.$$

Genom bestämning av M1-M2-M3+M4 då inga strömpulser sänds ut, kan information erhållas om hur pass störd en resistansmätning skulle ha blivit.

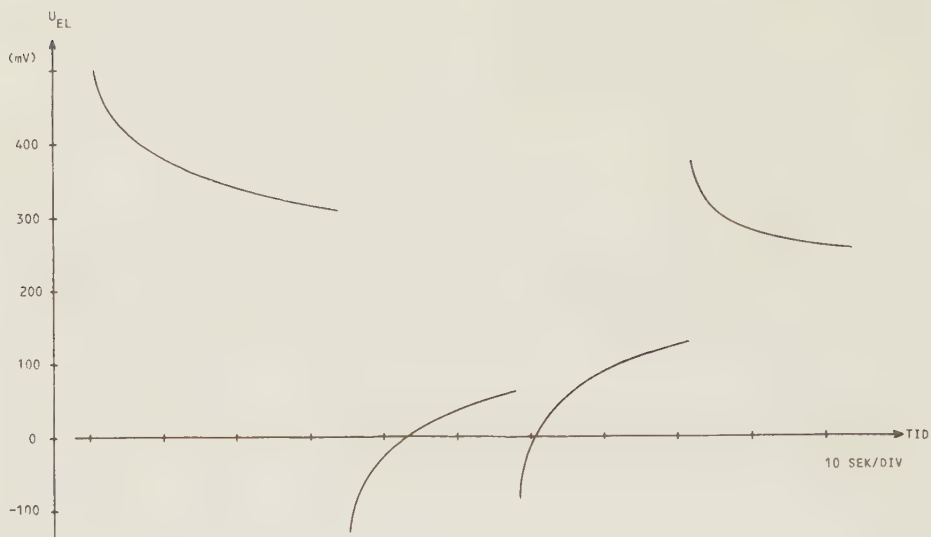
A.4 Mätresultat

A.4.1 Registrering med x-t-skrivare

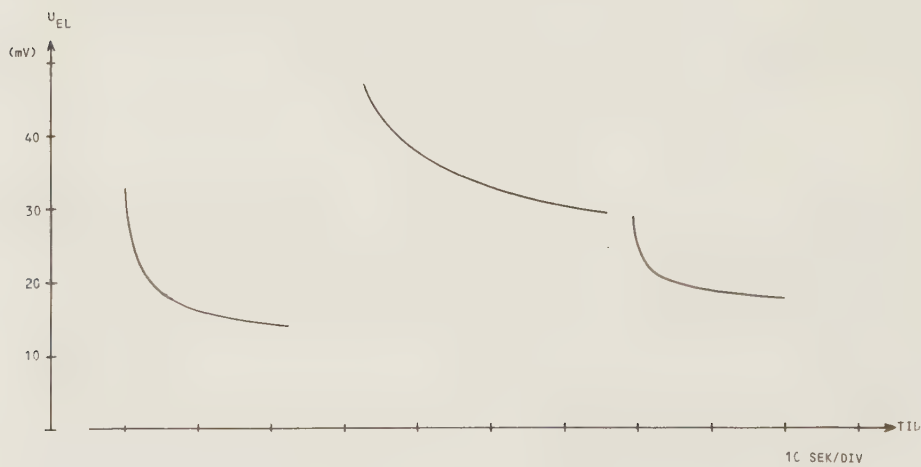
I figurerna A1-A4 återges ett antal registreringar av elektrodstörningar som gjorts på en Siemens Kompensograph III-skrivare. Registreringarna har utförts genom att först den ena och omedelbart därpå den andra elektroden applicerats i jorden. 1-3 sekunder senare har registreringen på skrivaren påbörjats. I varje figur återges flera helt skilda registreringar. De återgivna fallen är endast ett par av flera typfall. I vissa fall har även snabba, kortvariga och oregelbundna förändringar förekommit i samband med i övrigt lugna förlopp.

A.4.2 Mätningar med integrerande mätton

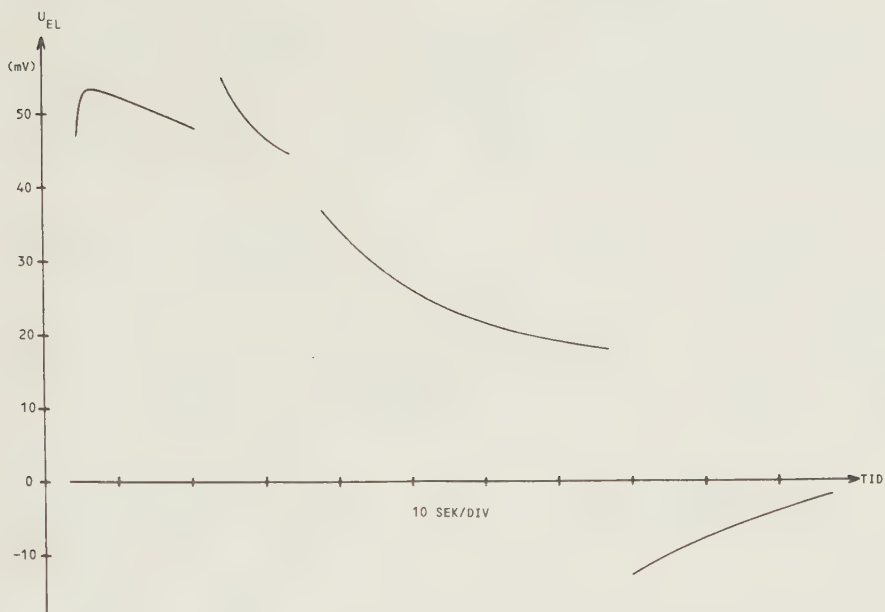
För att få möjlighet att jämföra och bedöma de olika elektrodtypernas störsignaler, så har 14-16 mätserier utförts med varje typ. Varje mätserie, har bestått av 10 mätgrupper om vardera fyra mätningar. Den första mätgruppen har påbörjats 26 plus minus 1 sekunder efter att den andra elektroden applicerats i jorden, och de 9 därpå följande mätningarna har följt med 19 sekunders intervall. Varje mätgrupp har bestått av fyra 0,5 sekunders integrerande mätningar i direkt följd. Varje mätserie har dessutom kompletterats med en kalibreringsmätning, där mätningängen kortslutits med en resistor på ungefär (plus minus 30%) samma värde som resistansen mellan elektrodanslutningarna.



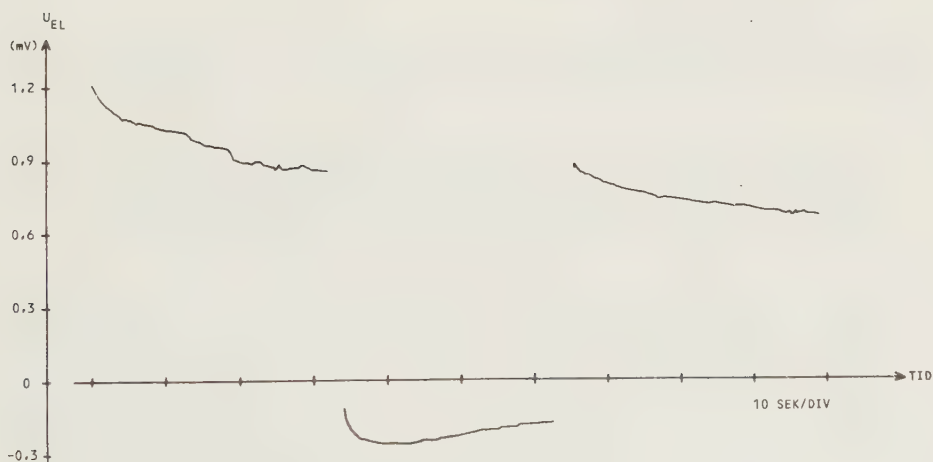
Figur A1. Störspänningsexempel från två stålelektroder i lerjord.



Figur A2. Störspänningsexempel från två galvaniserade järnelektroder i lerjord.



Figur A3. Störspänningsexempel från zinkelektroder i lerjord.



Figur A4. Störspänningsexempel från kopparsulfat-elektroder i lerjord.

A.4.3 Analys av mätresultat

Det första värdet i varje mätgrupp om fyra mätningar, har använts för en analys av storleken på störspänningarna. För varje elektrodtyp har medelvärde och standardavvikelse beräknats för störspänningens storlek efter 26 resp 197 sekunder. Som ytterlighetsexempel har även de största värdena i resp grupp noterats. Resultaten återges i tabell A1.

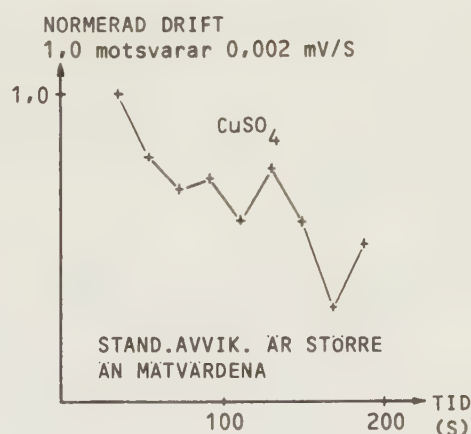
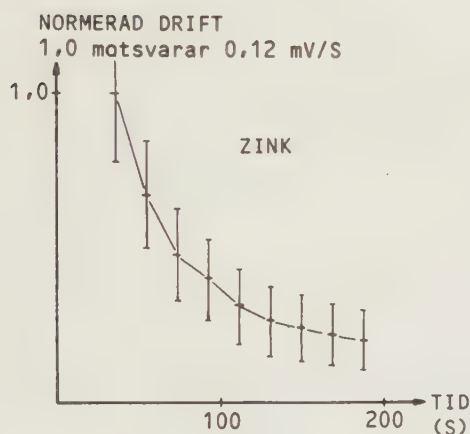
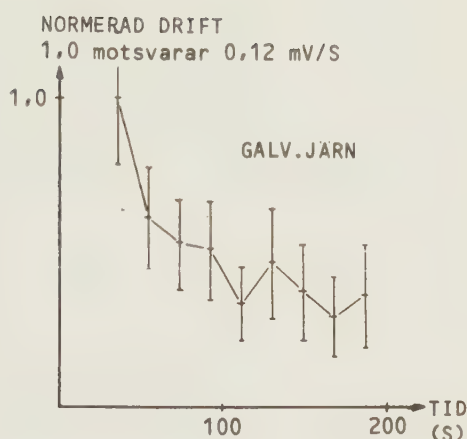
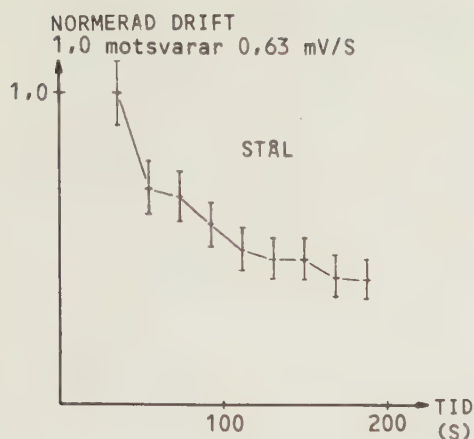
I avsikt att visa hur medelderivatet för störspänningen avtar med tiden, har skillnaden mellan störspänningens storlek vid de tio på varandra följande mätgrupperna beräknats för varje mätserie. Efter att medelvärden och standardavvikelser beräknats, har medelvärdena återgivits i normerad form i figur A5. Kring medelvärdena har staplar motsvarande plus minus en standardavvikelse markerats utom för CuSO_4 -elektroderna. För de senare gäller att både standardavvikelserna och den variation som kan förväntas pga kvantiseringsfelet, är större än själva mätvärdena.

En grov analys av kurvorna i figurerna A1-A5, visar att man åtminstone bitvis kan approximera störspänningen som en summa av

- en konstant spänning
- en rampspänning
- en exponentiellt avtagande spänning med tidskonstanten 40 plus minus 20 sekunder
- en oregelbunden störning.

Tabell A1. Storleken på störspänningar från elektroder.
Vid beräkning av m_v och s har n varit 14-16.

Störspänningens storlek (mV)	Elektrodtyper			
	Stål	Galv.järn	Zink	CuSO_4
mv efter 26 sek	81	33	26	0.4
(s inom parentes)	(75)	(19)	(23)	(0.4)
mv efter 197 sek	35	26	20	0.3
(s inom parentes)	(49)	(19)	(25)	(0.4)
Maxvärde efter 26 sek	264	78	92	1.6
Maxvärde efter 197 sek	165	71	92	1.5



Figur A5. Medelvärde och standardavvikelse för störspänningens förändring per sekund, uppmätt per 19-sekunders intervall. ($n=14-16$)

I tabell A2 återges tidssambandet för medelvärdet och standardavvikelsen för det fel som störspänningen orsakar då algoritmen M1-M2-M3+M4 tillämpas på varje mätgrupp om fyra mätningar. Vid provmätningar utan annan störsignal än mätinstrumentets interna drift, har medelkvantiseringsfelet för denna algoritm beräknats till 6 mikrovolt. Vid bedömning om huruvida en elektrodtyp är användbar som mätelektrod, är medelfelet ganska ointressant. Ett bättre mått är, hur många procent av mätningarna som störs på ett oacceptabelt sätt.

Tabell A2. Medelvärde och standardavvikelse (inom parentes) för det fel som erhålls med algoritmen :
 $M1-M2-M_1^2+M_1^4$. Mätvärdena är angivna i mikrovolt.
 (n=14-16)

Tid efter start (sek)	Elektrodtyp			
	Stål	Galv.järn	Zink	CuSO ₄
26	86 (117)	37 (64)	22 (29)	7 (10)
45	67 (102)	27 (41)	16 (25)	5 (8)
64	34 (56)	25 (51)	21 (48)	9 (15)
83	45 (86)	177 (635)	22 (36)	10 (12)
102	39 (50)	35 (80)	14 (20)	7 (11)
121	36 (51)	15 (26)	19 (48)	9 (11)
140	43 (54)	9 (17)	12 (21)	7 (9)
159	39 (75)	185 (708)	12 (21)	5 (8)
178	81 (198)	11 (19)	13 (21)	10 (15)
197	20 (31)	10 (13)	14 (26)	10 (13)

Tabell A3. Procentandelen misslyckade mätningar vid tre olika kriterier.

Felkriterium (Fel i sista siffran)	Elektrodtyp			
	Stål	Galv.järn	Zink	CuSO ₄
<3 enheter	51	19	13	3
<5 enheter	32	12	9	0
<10 enheter	11	5	2	0

Med den använda algoritmen kan fel på ett par enheter i sista siffran erhållas pga kvantiseringsfel, varför fel av denna storlek inte säger så mycket om elektrodtypernas olämplighet. Ett jordresistansmätande instrument som delvis utvecklats vid Elektronikavdelningen och som nu säljs kommersiellt, har en förstärkningsfaktor som är fyra gånger lägre än den här använda. För detta instrument bör elektroder

som vid dessa mätningar gett fel på upp till 4 enheter i sista siffran, vara acceptabla. Ett tredje och mera godtyckligt kriterium, är att vid mindre känsliga mätningar bör ett fel på upp till 10 enheter kunna accepteras. I tabell A3 återges procentandelen "misslyckade" mätningar bland de ca 150 mätningar som utförts på resp elektrodtyp. Härvid har misslyckandegränsen valts i enlighet med de ovan angivna tre kriterierna.

A.5 Kommentarer

Tabellerna A2 och A3 visar tydligt att stålelektrodererna är de olämpligaste och att koppar-kopparsulfatelektrodererna är klart lämpligast. Det statistiska underlaget är alltför litet för att man skall kunna dra några slutsatser om skillnader mellan zink och galvaniserade järnelektroder.

Tabell A3 visar vidare att zinkelektroder påverkar känsliga mätningar (kriterierna 1 och 2) i cirka 10% av fallen. Störningarna är dock mycket påtagliga i endast ungefär 2% av fallen. Det skall härvid beaktas att oberoende av använd elektrodtyp så händer det vid fältmätningar att man har problem med att få god kontakt med jorden, varvid mätningarna lätt blir störda.

En numerisk beräkning av det fel som orsakas av en exponentialsänkning med amplituden 25 mV och tidskonstanten 25 sek, visar att detta motsvarar ett fel hos nyttsignalen på c:a 5 mikrovolt. En slutsats av detta är att de exponentiella störningarna i allmänhet är acceptabla. En analys av de mätserier som orsakat de fem sämsta mätningarna med zinkelektroder, visar mycket tydligt att felen inte kan förklaras av störspänningarnas exponentiella beteende. Eftersom inte heller rampspänningar och konstanta spänningar ger upphov till något väsentligt felbidrag med (M1-M2-M3+M4)-algoritmen, så bör felen ha orsakats av oregelbundenheter i störsignalen. Jämför även ref 8 sid 238.

Referenser: Se referenserna på sid 35-36 i huvuduppsatsen.

